SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THPT HÀ TĨNH

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10
NĂM HỌC 2018 – 2019

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 90 phút

Câu 1: Rút gọn các biểu thức sau

a) $P=\sqrt{45}-\sqrt{5}$

b) $Q=\left(1+\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}\right):\dfrac{x}{\sqrt{x}-2}$ với x > 0 và $x\neq 4$

Giải:

a) Ta có $P=\sqrt{9.5}-\sqrt{5}=3\sqrt{5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

b) Ta có $Q=\dfrac{\sqrt{x}-2+2}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{x}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{x}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{\sqrt{x}}{x}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

Câu 2:

a) Xác định hệ số a của hàm số $y=ax^2$ (a ≠ 0), biết đồ thị của nó đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$

b) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $(1+x_1)^2+(1+x_2)^2=6$

Giải:

a) Đồ thị của hàm số đi qua điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};1\right)$ nên $x=-\dfrac{1}{3}$; y = 1 thay vào đẳng thức $y=ax^2$ được $a\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2=1\Leftrightarrow a=9$

b) Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta'\geq 0\Rightarrow (m-1)^2-(m^2-m)\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2-2m+1-m^2+m\geq 0\Leftrightarrow -m+1\geq 0\Leftrightarrow m\leq 1$. Theo Vi-et thì $\begin{cases}x_1+x_2=2(m-1)\\ x_1x_2=m^2-m\end{cases}$

Ta có $(1+x_1)^2+(1+x_2)^2=6\Leftrightarrow 1+2x_1+x_1^2+1+2x_2+x_2^2=6$

$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2(x_1+x_2)=4\Rightarrow 4(m-1)^2-2(m^2-m)+4(m-1)=4$

$\Leftrightarrow 4m^2-8m+4-2m^2+2m+4m-4=4\Leftrightarrow 2m^2-2m-4=0\Leftrightarrow m^2-m-2=0$

$\Leftrightarrow m^2-2m+m-2=0\Leftrightarrow m(m-2)+m-2=0\Leftrightarrow (m-2)(m+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-1\end{array}\right.$

Đối chiếu ĐK m ≤ 1 thì m = -1 thỏa mãn bài toán

Câu 3: Hai người công nhân cùng làm chung một công việc thì hoàn thành trong 16 giờ. Nếu người thứ nhất làm 3 giờ và người thứ hai làm 2 giờ thì họ làm được $\frac{1}{6}$ công việc. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

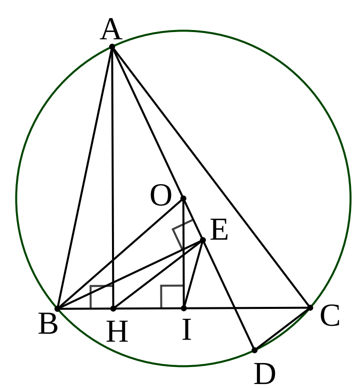
Giải:

Gọi thời gian người công nhân A làm một mình xong công việc là x (giờ). ĐK x > 16
Thời gian người công nhân B làm một mình xong công việc là y (giờ). ĐK y > 16
Mỗi giờ A làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), B làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai người làm được $\frac{1}{16}$ (công việc). Ta có phương trình $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{16}-\frac{1}{x}$ (1)
Vì A làm 3 giờ và B làm 2 giờ thì họ làm được $\frac{1}{6}$ công việc nên ta có phương trình $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}=\frac{1}{6}$ (2). Từ (1) thế vào (2) được $\frac{3}{x}+\frac{2}{16}-\frac{2}{x}=\frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x}=\frac{1}{24} \Rightarrow x=24$ thay vào (1) được $\frac{1}{y}=\frac{1}{16}-\frac{1}{24} \Leftrightarrow \frac{1}{y}=\frac{1}{48} \Rightarrow y=48$. Đối chiếu điều kiện ta có thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là 24 giờ, người thứ hai là 48 giờ

Câu 4: Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, AB < AC, nội tiếp đường tròn (O; R). Vẽ đường kính AD của đường tròn (O), đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC) và BE vuông góc với AD (E thuộc AD)

a) Chứng minh rằng tứ giác AEHB nội tiếp
b) Chứng minh rằng AH. DC = AC. BH
c) Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng IH = IE

Giải:



a) Ta có BH ⊥ AE (gt); AH ⊥ BC (gt)
$\Rightarrow AEB = AHB = 90^0$ suy ra đỉnh E, B cùng nhìn đoạn thẳng AB dưới 1 góc vuông nên tứ giác AEHB nội tiếp đường tròn

b) Ta có $ADC = 90^0$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Xét ΔAHB và ΔACD có $AHB = ACD = 90^0$ và $ABH = ADC$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AC) $\Rightarrow \Delta AHB \sim \Delta ACD$ (g – g)

$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{DC} \Rightarrow$ AH. DC = AC. BH

c) Theo câu a tứ giác AEHB nội tiếp

nên $BAD = EHI$ (cùng bù với BHE) mà $BAD = \frac{1}{2}BOD$ (góc nội tiếp, góc ở tâm cùng chắn cung BD) $\Rightarrow EHI = \frac{1}{2}BOD$ (1). Ta lại có IB = IC (gt) $\Rightarrow$ OI $\perp$ BC do đó $BIO = BEO = 90^0$ suy ra đỉnh E, I cùng nhìn đoạn BO dưới 1 góc vuông nên tứ giác BIEO nội tiếp $\Rightarrow EIC = BOD$ (cùng bù với BIE) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $EHI = \frac{1}{2}EIC \Rightarrow EIC = 2EHI$ mà $EIC = EHI + IEH$ (góc ngoài của ΔEIH)

$\Rightarrow EHI = IEH \Rightarrow \Delta$EIH cân tại I $\Rightarrow$ IH = IE

Câu 5: Cho a, b là các số thực thỏa mãn $(a+2)(b+2) = \frac{25}{4}$. Tìm GTNN của $P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4}$

Giải:

Áp dụng BĐT Minicopski ta có $P = \sqrt{1+a^4} + \sqrt{1+b^4} \ge \sqrt{(1+1)^2 + (a^2+b^2)^2}$ $= \sqrt{(a^2+b^2)^2 + 4}$. Từ giả thiết ta có $2a + 2b + ab = \frac{9}{4}$

Ta có $a^2 + b^2 \ge 2ab \Leftrightarrow \frac{a^2+b^2}{2} \ge ab$ (1); $\begin{cases} 4a^2 + 1 \ge 4a \\ 4b^2 + 1 \ge 4b \end{cases} \Rightarrow 4a^2 + 4b^2 \ge 4(a+b) - 2$

$\Leftrightarrow 2(a^2+b^2) \ge 2(a+b) - 1$ (2). Cộng theo vế các BĐT (1) và (2) được

$\frac{5(a^2+b^2)}{2} \ge ab + 2(a+b) - 1 = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4} \Rightarrow a^2 + b^2 \ge \frac{1}{2} \Rightarrow P \ge \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

Do đó GTNN của P bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Đạt được khi $a = b = \frac{1}{2}$

Biên tập by Thầy Nguyễn Ngọc Hùng – THCS Hoàng Xuân Hãn – Đức Thọ - Hà Tĩnh